

7 Il triangolo relativistico E-p-m

Il triangolo relativistico E-p-m illustra in modo molto chiaro le relazioni che intercorrono tra energia, quantità di moto e massa del corpo materiale a velocità elevate.

Nei capitoli precedenti abbiamo visto che in quasi tutte le formule ricorre il valore reciproco $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ del cosiddetto fattore di Lorentz. Questo termine ci ricorda il teorema di Pitagora.

Infatti, se immaginiamo un triangolo rettangolo la cui ipotenusa sia uguale a 1 e uno dei cateti sia uguale a $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, allora l'altro cateto risulterà uguale a v/c come mostrato in figura 7.

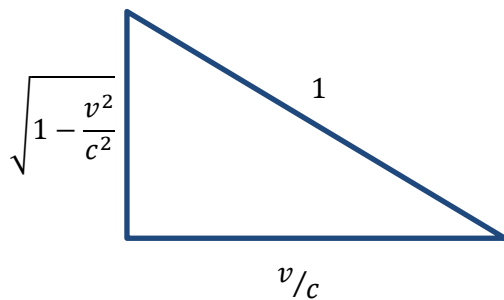


Fig. 7

Si moltiplichino ora tutti i lati per l'energia totale di un corpo materiale che, dal capitolo precedente, sappiamo sia pari a mc^2 . Tenendo presente la (5.4) risulterà:

$$\text{Primo cateto} = mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} = m_0 c^2$$

$$\text{Secondo cateto} = mvc$$

$$\text{Ipotenusa} = mc^2$$

In questo modo si ottiene il così detto triangolo relativistico illustrato in figura 8.

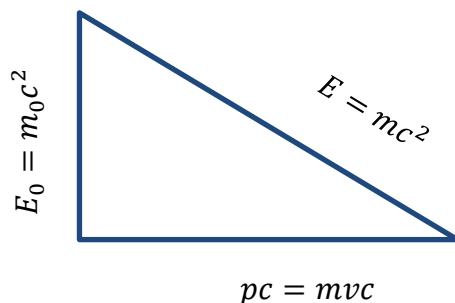


Fig. 8

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo di figura 8 possiamo ricavare le seguenti espressioni per l'energia totale E e per la quantità di moto p :

$$E = mc^2 = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} \quad (7.1)$$

$$p = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - m_0^2c^2} \quad (7.2)$$

La (7.1) ci conferma che per la quantità di moto $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ l'energia totale E si riduce al valore m_0c^2 della sola massa a riposo. Questo valore corrisponde all'energia *interna* di un punto materiale avente massa m_0 .

La (7.2) mostra che possono esistere oggetti fisici con una massa a riposo $m_0 = 0$. In questo caso la quantità di moto assume il valore: $\mathbf{p} = \mathbf{E}/c$, così come è effettivamente osservato nel caso dei quanti di luce.

La (7.2) mostra però anche che non possono esistere oggetti fisici con un'energia E nulla, altrimenti la quantità di moto assumerebbe un valore immaginario e quindi non ammissibile dal punto di vista fisico.

Dal triangolo relativistico E-p-m si può dedurre anche un altro importante risultato:

Se la massa m_0 di una particella è uguale a zero, ne risulta come conseguenza che il cateto verticale in figura risulta essere pari a zero e quello orizzontale diventa uguale all'ipotenusa.

Di qui segue:

$$mvc = mc^2 \quad \Rightarrow \quad v = c$$

Questo significa che oggetti fisici privi di massa si propagano necessariamente con la stessa velocità della luce.

Esempi di particelle elementari che si propagano con la velocità della luce, sono i quanti mediatori delle forze d'interazione elettromagnetica e gravitazionale. Vale a dire: i fotoni e i gravitoni.

Nel contesto della teoria della cromodinamica quantistica si presume che anche le particelle di scambio dell'interazione nucleare forte, chiamate gluoni, si muovano alla velocità della luce.

I risultati dei capitoli precedenti possono essere sintetizzati nella rappresentazione geometrica del cosiddetto triangolo E-p-m che illustra in modo particolarmente chiaro le relazioni che intercorrono fra energia, quantità di moto e massa.