1 Sui limiti della meccanica classica

Dei limiti della meccanica classica per la spiegazione dei fenomeni naturali si accenna all'esordio d'innumerevoli opere sia scientifiche che divulgative sulla teoria della relatività. In linea generale, in questi lavori si procede spesso come segue:

Normalmente si parte dagli esperimenti che dimostrano la costanza della velocità della luce in ogni sistema di riferimento inerziale, indipendentemente dallo stato di quiete o di moto di quest'ultimo.

Osservatori in moto relativo fra loro quindi, dovendo trovarsi in accordo sulla velocità della luce, non possono più esserlo, né sulla contemporaneità degli eventi, né sui tempi e nemmeno sulle dimensioni dei corpi.

Basandosi su queste ammissioni, si è costretti ad abbandonare l'idea di uno spazio e tempo assoluti.

Si evidenzia quindi la necessità di ridefinire il principio di relatività.

Si passa poi all'enunciazione delle trasformazioni di coordinate fra sistemi di riferimento inerziali[1] e alle misure di spazio e di tempo in essi osservate in funzione delle loro velocità.

Si pone infine l'accento sul dato di fatto che tutte queste ipotesi si trovino in accordo con le osservazioni sperimentali anche per velocità prossime a quella della luce.

Si conclude dimostrando l'insufficienza della meccanica classica sia nel campo cosmologico, che in quello subatomico delle alte energie.

Questo è essenzialmente ciò che viene affermato della meccanica classica nelle pubblicazioni sulla teoria della relatività.

Per dimostrare l'insufficienza della meccanica classica si può però seguire anche un'altra via a mio parere più semplice.

Il secondo principio della dinamica di Newton, sul quale si basa la meccanica classica, viene normalmente espresso tramite la seguente relazione fra i vettori forza e accelerazione:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (1.1)$$

dove la costante di proporzionalità m, chiamata massa, rappresenta la misura dell'inerzia del corpo materiale sul quale è applicata la forza.

[1] Si tratta delle cosiddette trasformazioni di Lorentz. Esse si trovano in accordo con il fondamento basilare della teoria della relatività secondo cui per tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dal loro moto relativo, debbano essere valide le stesse leggi fisiche.

Partendo dalla (1.1), se consideriamo l'apporto di una quantità di energia meccanica a un punto materiale di massa $\boldsymbol{m}$, fornito dal lavoro elementare di una forza d'intensità $\boldsymbol{F}$ per lo spostamento infinitesimo $\boldsymbol{ds}$ a essa parallelo, si ottiene la seguente equazione differenziale:

$$\boldsymbol{Fds = m\frac{dv}{dt}ds = mvdv} \qquad (1.2)$$

L'integrazione della (1.2) ci dà, come vedremo più avanti, l'importante teorema del lavoro e dell'energia cinetica.

Si tenga conto che le relazioni (1.1) e (1.2) implicano la proporzionalità diretta fra forza e accelerazione per un punto materiale di massa $\boldsymbol{m}$.

La conseguenza di questa ipotesi è che l'inerzia del punto materiale al quale è applicata la forza resti invariata al variare della velocità.

Questo vuol dire che ad esempio, estendendo il concetto dal punto materiale alle particelle atomiche, per la meccanica classica un elettrone sottoposto a un forte campo elettrico dovrebbe poter essere accelerato fino a raggiungere una velocità qualsiasi.

Ora, quest'affermazione si rivela completamente errata nel caso di velocità prossime a quelle della luce, così come dimostrano gli esperimenti eseguiti negli acceleratori di particelle elementari.

Questi esperimenti mostrano che, mantenendo costante la forza, all'aumentare della velocità si rileva un aumento dell'inerzia delle particelle che si manifesta attraverso una progressiva riduzione dell'accelerazione delle stesse.

Per velocità prossime a quella della luce l'accelerazione tende addirittura a zero. La velocità resta quindi praticamente invariata.

Questo equivale a dire che per velocità elevate non è più verificabile una diretta proporzionalità fra forza e accelerazione.

Ma allora, il secondo principio della dinamica … è errato?

Niente affatto!

Il secondo principio della dinamica così come l'ha formulato Newton è corretto.

In un vecchio libro di meccanica si legge:

"*La formulazione originaria del secondo principio fatta da Newton è la seguente: la forza applicata ad un punto materiale è pari alla derivata rispetto al tempo del vettore quantità di moto*."[2]

Nella sua famosa opera "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" Newton scrive:

[2] Daniele Sette – Lezioni di fisica – Volume I, pag. 100

"*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*"

„*Mutationem motus*" quindi, e non „*Mutationem velocitatis*".

Vale a dire:

$$\vec{\boldsymbol{F}} = \frac{\boldsymbol{d\vec{p}}}{\boldsymbol{dt}} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{F}} = \frac{\boldsymbol{d(m\vec{v})}}{\boldsymbol{dt}} \qquad (1.3)$$

La relazione (1.3) è, secondo Newton, l'espressione generalmente valida del secondo principio della dinamica e quindi dovrà essere utilizzata al posto della (1.1) per una trattazione corretta della meccanica nel caso più generale.

Nella (1.3) con $\vec{\boldsymbol{p}}$ viene espresso il vettore quantità di moto del corpo pari al prodotto $\boldsymbol{m\vec{v}}$ della massa per il vettore velocità.

Si noti che la (1.1) rappresenta una forma semplificata della (1.3) nel caso particolare in cui si possa considerare costante la massa, cioè per velocità notevolmente inferiori a quella della luce.

Per velocità prossime a quella della luce, invece, si dovrà considerare che l'inerzia dei corpi materiali cambia in funzione della velocità e quindi anche la massa $\boldsymbol{m}$, così come la velocità $\vec{\boldsymbol{v}}$, dovrà essere differenziata.

Se ora consideriamo l'apporto d'energia meccanica a un punto materiale di massa $\boldsymbol{m}$ fornito dal lavoro elementare $\boldsymbol{Fds}$ di una forza d'intensità $\boldsymbol{F}$, tenendo presente la (1.3) possiamo scrivere, analogamente alla (1.2), la seguente equazione differenziale[3]:

$$\boldsymbol{Fds} = \frac{\boldsymbol{ds}}{\boldsymbol{dt}}\boldsymbol{dp} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{Fds} = \boldsymbol{vd(mv)} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{Fds} = \boldsymbol{v\,(mdv + vdm)} \quad (1.4)$$

O meglio:

$$\boldsymbol{dE} = \boldsymbol{Fds} = \boldsymbol{mvdv} + \boldsymbol{v^2dm} \qquad (1.5)$$

La relazione (1.5) è di fondamentale importanza per il conseguimento degli obiettivi della presente trattazione.

Si noti che la (1.5) si riduce alla (1.2) nel caso in cui possa essere considerata costante l'inerzia del punto materiale e quindi $\boldsymbol{m}$ ($dm = 0$).

La relazione (1.5) tiene conto del fatto che, a differenza della (1.2), e quindi nel caso più generale, un apporto di energia a un corpo di massa $\boldsymbol{m}$ sia accompagnato da un aumento dell'inerzia del corpo stesso, così come effettivamente si osserva a velocità elevate. Pertanto, l'equazione (1.5) fornisce la relazione energetica fondamentale per un successivo sviluppo della meccanica newtoniana a velocità comunque elevate.

[3] D'ora in poi rinunceremo per semplicità all'uso dei vettori e nelle formule seguenti useremo i loro moduli supponendo che lo spostamento elementare ds abbia sempre la stessa direzione della forza F.

Nel corso di questa trattazione faremo riferimento alla relazione (1.5) per le seguenti dimostrazioni alternative:

- La formula relativistica della massa in dipendenza dalla velocità (cap. 5)
- L'energia cinetica e totale del corpo materiale (capitolo 6)
- L' accelerazione relativistica in funzione della velocità (capitolo 16)

Dalla relazione (1.5) vengono ricavate per via indiretta anche tutte le altre formule relativistiche che sono trattate in questo lavoro.

Si può costatare che la (1.5), possedendo tre differenziali diversi fra loro, è integrabile solo nel caso in cui sia nota una seconda relazione fra l'energia $\boldsymbol{dE = Fds}$ apportata al corpo e la velocità $\boldsymbol{v}$ o la massa $\boldsymbol{m}$ di quest'ultimo.

Una tale relazione ci consentirebbe, infatti, di eliminare uno dei tre differenziali dall'espressione (1.5), rendendo così integrabile quest'ultima.

Il terzo capitolo ci fornirà la relazione cercata. L'integrazione della (1.5) potrà quindi essere fatta nei capitoli a seguire.

La relazione normalmente utilizzata del secondo principio della dinamica esprime la diretta proporzionalità fra forza e accelerazione. Così formulata, la legge newtoniana non è in grado di spiegare i fenomeni osservati a velocità elevate, alle quali si registra un aumento dell'inerzia dei corpi. Correttamente interpretato come derivata temporale della quantità di moto, però, il secondo principio della dinamica acquisisce il carattere di legge universalmente valida e fornisce così l'espressione adatta che tiene conto della variazione di massa. L'equazione differenziale risultante non è però risolubile senza una seconda relazione fra energia e massa.