

4 L'equivalenza fra energia e massa

Le dimostrazioni del capitolo precedente descrivono un aspetto molto importante della conversione fra materia ed energia. Ciò nonostante esse non rappresentano una prova del tutto completa del principio di equivalenza energia-massa.

Infatti, nel modo in cui è stata ricavata, la (3.7) dimostra soltanto che attraverso il fenomeno di emissione elettromagnetica una parte della massa di un corpo si converte in energia.

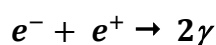
La (3.7) non prova né che tutta la massa di un corpo si possa convertire in energia, né che sia possibile una conversione in altre forme energetiche oltre a quella elettromagnetica.

La relazione (3.7) non conferma quindi il principio di equivalenza fra energia e massa nel caso più generale.

Scopo del presente capitolo è di colmare questa lacuna facendo riferimento all'osservazione sperimentale chiamata "annichilazione elettrone-positrone".

Questo fenomeno naturale può essere riprodotto in appositi acceleratori di particelle elementari chiamati "Anelli di accumulazione".

Si tratta della reazione che avviene per urto fra l'elettrone e la sua antiparticella di uguale massa e carica contraria, il positrone:



In seguito alla collisione si forma per un tempo molto breve una particella neutra instabile che annichilandosi può dare origine a due fotoni emessi in direzioni opposte.

In figura 4 sono rappresentate le tre fasi del processo fisico appena descritto:

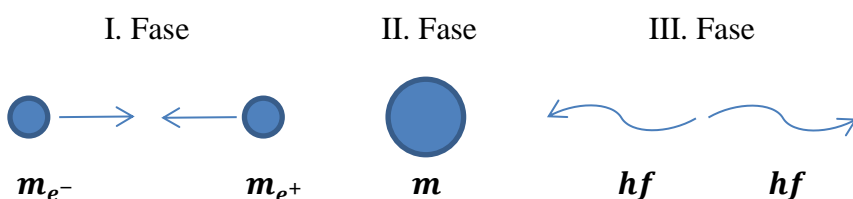


Fig. 4 [\(vedi l'animatione\)](#)

Questo fenomeno è quindi molto simile all'esperimento ideale descritto nel capitolo precedente. La differenza sostanziale consiste però nel fatto che in questo caso non solo una parte, bensì tutta la massa si converte in energia.

Consideriamo ora un osservatore che si trovi ad avere una velocità v rispetto alla particella instabile di massa m , formatasi a seguito della collisione. Supponiamo inoltre che la direzione del suo moto sia la stessa di quella di uno dei due fotoni.

Applicando il principio di conservazione della quantità di moto prima e dopo l'annichilazione (fasi II e III) e tenendo in considerazione l'Effetto Doppler, otteniamo:

$$mv = \frac{hf}{c} \left(1 + \frac{v}{c}\right) - \frac{hf}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Che si semplifica nella seguente relazione:

$$mv = 2 \frac{hfv}{c^2}$$

E quindi, tenendo presente che $2hf$ è l'energia E emessa, otteniamo:

$$m = \frac{E}{c^2} \quad \Leftrightarrow \quad E = mc^2 \quad (4.1)$$

Si tenga presente che m nella (4.1), a differenza di Δm nella (3.7), non è più soltanto una frazione, bensì tutta la massa di una particella che si è trasformata interamente in energia.

Questo ci suggerisce che possiamo quindi associare a ogni corpo di massa m un'energia interna che sia espressa dalla (4.1).

Quest'ultima acquisizione ci dà la possibilità di considerare un bilancio energetico delle tre fasi in cui può essere suddivisa l'osservazione sperimentale appena descritta.

Basandoci sul principio di conservazione e considerando che in base alla (4.1) si possa associare all'elettrone l'energia interna $m_e c^2$, per la fase immediatamente precedente alla collisione si rileverà un'energia totale del sistema costituito dalle due particelle in moto pari a $2m_e c^2 + 2E_c$, dove E_c rappresenta l'energia cinetica dell'elettrone, uguale a quella del positrone.

Per il principio di conservazione, tutta questa energia si convertirà in quella *interna* mc^2 della particella instabile prodotta in seguito all'urto. Quest'ultima si trasformerà poi nell'energia elettromagnetica dei due fotoni emessi dopo la collisione, così come descritto.

Per l'energia totale E del sistema nelle tre fasi descritte, possiamo dunque considerare la seguente relazione multipla:

$$E = 2m_e c^2 + 2E_c = mc^2 = 2hf \quad (4.2)$$

La (4.2) attesta un caso particolarmente significativo di conversione fra massa ed energia, sia cinetica che elettromagnetica.

Si noti che nella (4.2) sia $m_e c^2$ che mc^2 rappresentano solo le *energie interne* delle particelle in stato di quiete. Un'equazione che esprima l'energia totale di una particella in moto in funzione della sua velocità non l'abbiamo ancora ricavata.

Concludiamo questo capitolo osservando che esiste un fenomeno reciproco a quello appena descritto, conosciuto con il nome "Creazione di coppie", la cui osservazione sperimentale

rivela la formazione di un elettrone e un positrone a partire da un fotone avente un'energia superiore a 1,02 Mev.

Per energie ancora maggiori si osserva un aumento dell'energia cinetica delle particelle che si formano. Questo conferma la possibilità generale di conversione fra materia ed energia, e viceversa.

In questo capitolo si è presa in considerazione l'osservazione sperimentale chiamata "annichilazione elettrone-positrone", nella quale le due particelle si dissolvono provocando l'emissione di due fotoni. L'analisi del fenomeno ci pone in grado di dimostrare il principio di equivalenza energia-massa nel modo più generale. Fra l'altro vengono considerati il caso di conversione dell'energia cinetica in massa, così come quello della completa trasformazione della massa di una particella in energia radiante. Questi risultati ci consentono di associare a una particella in quiete un'energia interna data dalla formula $E = mc^2$, non ci forniscono però ancora l'espressione dell'energia totale di un corpo materiale in funzione della sua velocità.