Historia operis

Ich begann schon in den Jahren meines Studiums mit dem Vorhaben, eine alternative Herleitung der Formel $E = mc^2$ zu berechnen.

Ich wusste, dass diese Gleichung in Zusammenhang mit der Relativitätstheorie gebracht wird. Ich wusste aber auch, dass sie für alle Phänomene im Rahmen der klassischen Physik unverändert gilt[1]. Warum sollte sie dann nur „relativistisch" und nicht auch „klassisch" beweisbar sein?

Ich versuchte zunächst die Formel mit der klassischen Physik unter Anwendung des Energieerhaltungssatzes und mit Hilfe der physikalischen Eigenschaften der elektromagnetischen Strahlung zu beweisen. Doch ich scheiterte immer wieder an der Berechnung der Herleitung.

Da es sich bei der Relation $E = mc^2$ um Energie handelt, versuchte ich das Problem zu lösen, indem ich mich auf einen Beweis stützte, der auf Energiebilanz basiert. Und so waren meine Versuche immer wieder erfolglos, bis zu dem Tag, an dem ich folgende Sätze in Wikipedia über die berühmte Formel las:

"An alternative version of Einstein's thought experiment was proposed by Fritz Rohrlich (1990), who based his reasoning on the Doppler Effect. Like Einstein, he considered a body at rest with mass M. If the body is examined in a frame moving with nonrelativistic velocity v, it is no longer at rest and in the moving frame it has momentum P = Mv."

Nach der Lektüre dieser Zeilen wurde mir plötzlich klar:

In der Herleitung sollte ich nicht die Energiebilanz und auch nicht den Energieerhaltungssatz verwenden, sondern eine auf der Impulserhaltung basierende Gleichung!

Belehrt durch diese Informationen, begann ich selber nach der Lösung zu suchen.

Endlich erreichte ich das Ziel.

Die Kapitel 3 und 4 führen drei alternative Herleitungen des Äquivalenzprinzips E-M. Zwei dieser Herleitungen basieren auf dem optischen Dopplereffekt oder dem Satz der Frequenzverschiebung elektromagnetischer Strahlung.

Dieser Satz, anders als der akustische Dopplereffekt, weist zwei wichtige Eigenschaften auf, die ihn in gewisser Weise schon in Verbindung mit der Relativitätstheorie bringen:

$$f' = f(1 \pm v/c) \qquad (15.1)$$

Zum einen stellt v in der Formel der Frequenzverschiebung (15.1) die *relative* Geschwindigkeit zwischen Lichtquelle und Beobachter dar. Das heißt, es spielt keine Rolle ob sich *die Lichtquelle, der Beobachter oder beide bewegen. Jeder Beobachter kann sich als ruhend betrachten.*

[1] In allen exothermen Reaktionen lässt sich eine Massenabnahme (oder Massendefekt) der Reaktionsprodukte gegenüber den Ausgangsstoffen feststellen. Dieser Massendefekt lässt sich durch eine Umwandlung von Masse in Energie nach dem Äquivalenzprinzip E-M erklären. Das gilt sowohl für die nuklearen, als auch für die chemischen Reaktionen. Eine Vielzahl dieser Reaktionen lassen sich allein durch die klassische Physik beschreiben.

Somit umfasst die klassische Relation (15.1) für die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen, so wie die relativistische Formel auch, keine physikalische Abhängigkeit von einem Trägermedium, geschweige denn von einem absoluten Raum.

Zum anderen zeigt Gleichung (15.1), dass für $v > c$ die Frequenz einen negativen und somit unzulässigen Wert bekäme.

Nach diesem ersten Schritt vergingen ein paar Jahre bis zu dem Tag, an dem mir einfiel, dass es zur Lösung der Differentialgleichung der mechanischen Arbeit (siehe Gl. 1.5) die Relation des Äquivalenzprinzips Energie-Masse angewendet werden kann.

Das führte zur alternativen Herleitung der Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit, die im fünften Kapitel dieser Arbeit beschrieben wird.

Bemerkenswert an dieser Herleitung ist das Auftauchen des Lorentzfaktors $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ in der Massenformel (siehe Relation 5.4). Dieser Faktor wird immer nur für ein exklusives Ergebnis der Lorentz-Transformationen gehalten, die aber in dieser Herleitung nicht verwendet werden.

- Nur Zufall? - und - Handelt es sich hier nur um ein einmaliges Erfolgserlebnis? - Fragte ich mich damals.

Eines war mir aber klar geworden: Mit dieser Herleitung hatte es sich gezeigt, dass in der „Lex Secunda“ von Newton mehr Potential steckte als ich bislang vermutet hatte.

In ihrer kompletten Form, das heißt mit beiden Termen (siehe Gleichung 2.1), hatte das Gesetz Newtons zu dieser sehr wichtigen relativistischen Relation geführt.

War das ein Hinweis dafür, dass man noch mehr damit erreichen könnte?

Ich fragte mich ob der zweite Term $\vec{\boldsymbol{v}}\frac{\boldsymbol{dm}}{\boldsymbol{dt}}$ der Relation (2.1) nicht doch die vermisste Verbindung von der Newtonschen zur relativistischen Mechanik ermöglicht.

Um dies zu prüfen musste ich versuchen, mit dem Newtonschen Gesetz in Verbindung mit dem was bislang erreicht worden war, weiter zu arbeiten.

Es standen mir jetzt zwei wichtige relativistische Formeln zur Verfügung, die aber aus einer rein *klassischen Betrachtungsweise* hergeleitet worden waren.

Die ***erste Relation*** war die der Äquivalenz von Energie und Masse:

$$\Delta E = \Delta m c^2 \qquad (2.6)$$

Die ***zweite Relation*** war die der Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit:

$$m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad (5.4)$$

Ich wusste, dass die Integration der Differentialgleichung $dE_k = m_0 v dv$ aus dem zweiten Gesetz der Dynamik (siehe Gl. 1.2) zur Berechnung der kinetischen Energie im Rahmen der klassischen Mechanik führt:

$$E_k = m_0 \int_0^v v\, dv = \tfrac{1}{2} m_0 v^2 \quad (6.1)$$

Es war mir klar, dass die kinetische Energie (6.1) nur für niedrige Geschwindigkeiten und unveränderliche Masse gelten kann, weil sie allein aus dem ersten Term $m_0 v dv$ der Differentialgleichung der Arbeit hergeleitet wird. In ihrer vollständigen Form muss sie jedoch wie folgt definiert werden:

$$dE_k = mvdv + v^2 dm \qquad (1.5).$$

Wenn ich eine gültige Relation der kinetischen Energie für beliebige Geschwindigkeiten erhalten wollte, musste ich also (1.5) integrieren. Diese Aufgabe ist aber nicht ohne weiteres möglich, weil m in (1.5) anders als m_0 in (1.2) geschwindigkeitsabhängig ist.

Jetzt aber konnte diese Abhängigkeit durch die Verwendung der zwei zusätzlichen Formeln (2.6) und (5.4) aufgehoben werden.

Ihre Substitution in (1.5) führte dann zur Differentialgleichung (6.3) deren Integration die Formel der relativistischen kinetischen Energie ergab.

Damit war noch eine weitere ganz wichtige Formel der Relativitätstheorie aus der „Lex Secunda“ hergeleitet worden.

Es gab keinen Zweifel mehr:

Die Anwendung des zweiten Prinzips der Dynamik mit seinem vollständigen Inhalt führte direkt zur Relativitätstheorie und der zweite Term $\vec{\boldsymbol{v}}\frac{\boldsymbol{dm}}{\boldsymbol{dt}}$ von (1.5) schien das *Bindeglied* davon zu sein.

Ein ähnliches Verfahren wie für die kinetische Energie verwendete ich dann auch für die Herleitung der Beschleunigung für beliebige Geschwindigkeiten (siehe Kapitel 16).

Das Ergebnis war die Bestätigung einer weiteren relativistischen Formel ohne den Einsatz der Lorentz-Transformation, welche aktuell die Grundlage der Relativitätstheorie darstellt.

Als wichtiges Glied der Beweiskette bis zur Konstanz der Lichtgeschwindigkeit fehlte nur noch die Herleitung des relativistischen Additionstheorems der Geschwindigkeiten.

Dafür stellte ich mir zuerst ein Gedankenexperiment vor, bei dem es zur Kollision zweier gleich schneller Elektronen kommt.

Durch die Verwendung der Massenformel (5.4) und des Energieerhaltungssatzes gelang es mir dann, einen ersten Beweis des Additionstheorems für gleiche Geschwindigkeiten zu erbringen (siehe Kapitel 8).

Nach diesem weiteren Erfolg wagte ich mich dann mit einer ähnlichen Methode wie im Kapitel 8 an die Durchführung einer alternativen Herleitung des Additionstheorems diesmal aber für beliebige Geschwindigkeiten.

Die Berechnung führte zu einer ziemlich komplizierten algebraischen Herleitung mit vielen Termen, welche kaum noch Hoffnung darauf gaben, zum richtigen Ergebnis zu gelangen.

Inmitten der Berechnung vereinfachten sich aber die Gleichungen wie durch Zauberhand zunehmend (siehe Gleichungen nach Relation 10.5) und führten dann zur relativistischen Formel der Geschwindigkeitsaddition.

Ich war endlich am Ziel!

Durch diesen letzten Beweis konnte gezeigt werden, dass die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, als Grundsatz der Speziellen Relativitätstheorie, kein Postulat sondern ein mit Hilfe der Newtonschen Mechanik bei gleichzeitiger Gültigkeit der klassischen Physik beweisbares Prinzip ist.

Damit konnte ein durchgehend nachvollziehbarer Übergang von der Newtonschen zur relativistischen Mechanik nachgewiesen werden.

Und dennoch war ich noch nicht ganz zufrieden.

Mit der Abfolge von alternativen Herleitungen hatte ich zwar das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit erreicht. Nach diesem Prinzip lassen sich die Lorentz-Transformationen nach zwei verschiedenen Methoden ableiten, so wie Max Born zeigt.

Die erste Methode verwendet eine ziemlich komplizierte und daher schwer zu verfolgende geometrische Herleitung.

Die zweite Methode verwendet ein viel einfacheres algebraisches Verfahren, das jedoch von der eher willkürlichen Annahme ausgeht, dass die gesuchte Transformation linear sei und daher sich nur wegen eines zu berechnenden Faktors (es ist der Lorentz-Faktor) von der Galilei-Transformation unterscheidet.

Beide Herleitungen stimmen nicht mit der in meiner Arbeit angewandten Methode überein, die stattdessen die Erhaltungsprinzipien verwendet, um alle anderen relativistischen Formeln zu beweisen.

Das Problem hing mit der folgenden Frage zusammen:

Wie kann die Längenkontraktion oder die Zeitdilatation für ein Bezugssystem in relativer Bewegung hergeleitet werden?

In Kapitel 9 hatte ich gezeigt, dass es eine Abhängigkeit der Zeit von der Geschwindigkeit geben muss, da sich zwei Beobachter über gemessene Zeitintervalle nicht einig sind. Das verwendete Gedankenexperiment ermöglichte es jedoch nicht, diese Abhängigkeit korrekt zu bestimmen. Ausgehend von der willkürlichen Annahme, dass die Beobachter die gleichen Längen messen, stimmten die für die Zeit erhaltenen Formeln nicht mit den relativistischen überein.

Andererseits stand ich vor einer scheinbar unlösbaren Aufgabe, denn um die Dilatation der Zeit richtig zu berechnen, musste ich die Kontraktion des Raumes kennen, die jedoch nur berechnet werden konnte, wenn vorher die zeitliche Dilatation bekannt war.

Um das Problem zu lösen, musste ich ein Gedankenexperiment verwenden, bei dem sich die Beobachter entweder auf die Zeitmessung oder auf die Länge einigen konnten.

Der Weg dorthin führt über die Betrachtung von eindimensionalen Abläufen, zu denen sich zwei Beobachter auf einer orthogonalen Achse bewegen und somit gleiche Messungen für Abstände, Geschwindigkeiten und Zeiten vornehmen, wie es sich auch aus der Transformation von Galilei ergibt.

Das Gedankenexperiment, das in Kapitel 11 beschrieben worden ist, ermöglicht es den Beobachtern, die sich orthogonal zum Kollisionskurs der Teilchen bewegen, ein „gemeinsames“ Zeitintervall zu definieren, das bis zur Kollision beider Teilchen verstreicht.

Die Berücksichtigung einer möglichen Zeitdilation entfällt somit und die Längenkontraktion in Bewegungsrichtung der Beobachter ergibt sich unmittelbar aus den Energie- und Impulserhaltungsätzen.

Mit der Formel der Längenkontraktion als Funktion der Geschwindigkeit ist es dann sehr einfach die Lorentz-Transformation abzuleiten, wie in Kapitel 12 gezeigt wird.

Dieser letzte Schritt vervollständigt somit die alternative Herleitung der Speziellen Relativitätstheorie.