

### 13 Costanza della velocità della luce

La velocità della luce si presenta come una costante  $c$  in molte formule fisiche. Una di queste formule è quella della quantità di moto  $\mathbf{p} = \mathbf{E}/c$  della radiazione luminosa. Si verifica che quando la sorgente luminosa è a riposo, la velocità della luce è costante per ogni frequenza, dalle onde radio alla radiazione gamma. Una costanza per tutte le frequenze non viola le leggi della fisica classica.

Questo capitolo non si riferisce però a questo concetto di costanza, ma al fatto che la velocità della luce rimane costante anche con una sorgente luminosa in movimento e tra tutti i sistemi inerziali, come evidenzia l'esperimento di Michelson e Morley.

Poiché questa costanza si verifica per ogni velocità relativa tra emittente e ricevente, essa non è più conforme alla trasformazione di Galilei e quindi è in conflitto con un principio fondamentale della meccanica classica. Questo è anche il motivo per cui il concetto di "costanza della velocità della luce in senso relativistico" sfugge fin troppo facilmente all'intuizione della mente umana. Cosa ha questo concetto di così speciale, però, dal provocare una rivoluzione nella fisica con le note conseguenze: dilatazione del tempo, contrazione della lunghezza e i famosi paradossi? In questo capitolo vogliamo cercare di dare chiarezza riferendoci a un esempio concreto:

S'immagini un'astronave che si muove rispetto a un osservatore  $O_f$  (l'indice "f" sta per "fuori dall'astronave") con una velocità costante e uniforme  $\mathbf{v}$ . Al centro dell'astronave un dispositivo lancia simultaneamente due proiettili  $\mathbf{k}_1$  e  $\mathbf{k}_2$  alla stessa velocità  $\mathbf{v}_k$  ( $\mathbf{v}_k > \mathbf{v}$ ;  $\mathbf{v}_k \ll c$ ). Il proiettile  $\mathbf{k}_1$  viene lanciato nella direzione del movimento dell'astronave, l'altro proiettile  $\mathbf{k}_2$  nella direzione opposta. Dal punto di vista di un osservatore  $O_d$  (indice "d" sta per "dentro l'astronave") che si trova in quiete all'interno dell'astronave, i proiettili raggiungono contemporaneamente le estremità anteriore e posteriore dell'astronave. Ma come appare la situazione dal punto di vista dell'osservatore  $O_f$  in movimento relativo rispetto all'astronave? Durante il tragitto di  $\mathbf{k}_1$  l'astronave si è mossa in avanti. Pertanto la parete frontale si è allontanata dalla posizione di partenza di  $\mathbf{k}_1$ . Quindi, dal punto di vista dell'osservatore  $O_f$ , quale proiettile raggiunge prima il bersaglio?

La risposta corretta è che anche per l'osservatore  $O_f$  entrambi i proiettili raggiungono i loro obiettivi contemporaneamente, perché  $O_f$  per il proiettile  $\mathbf{k}_1$  non misura solo un percorso più lungo, ma anche una velocità maggiore rispetto al proiettile  $\mathbf{k}_2$ . Più precisamente: a causa della velocità relativa dell'astronave, l'osservatore  $O_f$  misura la velocità  $\mathbf{v}_k + \mathbf{v}$  per il proiettile  $\mathbf{k}_1$  e  $\mathbf{v}_k - \mathbf{v}$  per il proiettile  $\mathbf{k}_2$ , in accordo con il teorema di addizione delle velocità della trasformazione di Galilei. Le velocità e le lunghezze si compensano perciò a vicenda e quindi i tempi di percorrenza dei due proiettili sono gli stessi. A basse velocità si osserva quindi una simultaneità degli eventi da parte di tutti gli osservatori.

Vediamo però cosa succederebbe se il dispositivo al centro dell'astronave, invece dei proiettili, emettesse due quanti di luce (o fotoni) in direzioni opposte. Ora supponiamo anche una velocità  $\mathbf{v}$  molto più elevata per l'astronave rispetto a quella dell'esempio precedente. Analogamente al caso dei proiettili, l'osservatore  $O_f$  dovrebbe misurare le velocità  $c + \mathbf{v}$  e

$c - v$  anche per i fotoni. Ma non è così: com'è stato confermato dagli esperimenti, l'osservatore  $O_f$ , così come  $O_d$ , misura esattamente lo stesso valore  $c \cong 300000 \text{ Km/s}$  per le velocità dei fotoni in entrambe le direzioni. Ciò mostra l'inadeguatezza della trasformazione di Galilei ed evidenzia la necessità di una nuova trasformazione per lo spazio e il tempo che tenga conto dell'invarianza della velocità della luce.

Ora dovrebbe essere chiaro cosa si intende con il termine costanza della velocità della luce in senso relativistico: a differenza della velocità dei corpi di massa, la velocità della luce è la stessa dal punto di vista di tutti gli osservatori, indipendentemente dal loro movimento relativo rispetto alla sorgente luminosa e tra di loro. Nel nostro caso questo porta alla seguente conseguenza: per l'osservatore  $O_d$  entrambi i fotoni raggiungono le pareti dell'astronave contemporaneamente. Per l'osservatore  $O_f$ , invece, il fotone emesso nella direzione del moto arriva a destinazione più tardi perché, alla stessa velocità  $c$ , deve percorrere una distanza maggiore dell'altro fotone. Quindi non c'è più una simultaneità degli eventi per entrambi gli osservatori. In casi come questo si parla di relatività della simultaneità. Il fisico quindi si rende conto che il concetto di tempo che scorre allo stesso modo per tutti gli osservatori, come Newton aveva immaginato, non ha più senso.

Alla fine del diciannovesimo secolo, i fisici avevano ancora una profonda familiarità con il concetto di tempo e spazio assoluti.

Quando nel 1887 Michelson e Morley resero noti i risultati dei loro esperimenti, gli scienziati di tutto il mondo si trovarono quindi di fronte a una grande sorpresa: le osservazioni sperimentali si trovavano in conflitto con i principi della meccanica. Infatti, l'esperimento con l'interferometro di Michelson aveva dimostrato che la velocità della luce è sempre costante nel vuoto, indipendentemente dallo stato di quiete o di moto della sorgente luminosa.

Di qui fu riconosciuta la necessità di conferire al fenomeno della costanza della velocità della luce l'attributo di postulato fondamentale delle leggi della fisica.

D'altronde si ritenne che questo postulato non fosse compatibile con le leggi newtoniane.

A questa convinzione seguì quindi la rinuncia di intraprendere il tentativo di una spiegazione del fenomeno della costanza della velocità della luce per mezzo della meccanica classica.

Gli scienziati, piuttosto, si convinsero della necessità di dover elaborare una nuova teoria fisica.

La nascita della teoria della relatività è quindi strettamente legata alla supposta incompatibilità della meccanica newtoniana con il fenomeno naturale della costanza della velocità della luce.

Noi però, sulla base dei risultati raggiunti in questa trattazione, abbiamo in questa fase i presupposti necessari per dimostrare la costanza della velocità della luce per qualunque velocità relativa fra sorgente e osservatore per via puramente teorica.

Prima di eseguire la dimostrazione vogliamo qui riassumere brevemente a ritroso la sequenza di dimostrazioni che ha condotto alla derivazione del teorema della composizione delle velocità:

- L'espressione (10.6) della composizione delle velocità è stata ricavata applicando i principi di conservazione dell'energia e della quantità di moto all'urto centrale di due particelle.
- Per il bilancio energetico sono state utilizzate le energie totali delle particelle, vale a dire la somma delle loro energie cinetiche e interne.
- La formula dell'energia totale di una particella (6.5) è stata ricavata nel sesto capitolo con l'utilizzo della relazione (5.4) che esprime la dipendenza dell'inerzia dalla velocità.
- Nel quinto capitolo abbiamo d'altra parte dimostrato che la relazione (5.4) è a sua volta una diretta conseguenza della seconda legge della dinamica e del principio di equivalenza fra energia e massa.
- Il principio di equivalenza fra energia e massa è stato ricavato nei capitoli 3 e 4 con il solo utilizzo della fisica classica.

**La conclusione di quest'argomentazione è che nella presente trattazione la dimostrazione del teorema della composizione delle velocità è stata ricavata senza l'utilizzo del postulato della costanza della velocità della luce.**

Ora è proprio con l'utilizzo del teorema della composizione delle velocità (espressione 10.6) che siamo in grado di dimostrare teoricamente il principio della costanza della velocità della luce fra tutti i sistemi di riferimento inerziali.

A questo fine consideriamo una sorgente di luce in movimento rispetto a un osservatore.

Questi, volendo calcolare la velocità relativa della luce  $v_l$  potrà utilizzare l'espressione (10.6):

$$v_{12} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} \quad (10.6)$$

Sostituendo al posto di  $v_1$  la velocità  $v_s$  della sorgente luminosa e al posto di  $v_2$  la velocità  $c$  che la luce ha se viene emessa da una sorgente in quiete, dalla (10.6) si ottiene:

$$v_l = \frac{c + v_s}{1 + \frac{c v_s}{c^2}} \quad \Rightarrow$$

$$v_l = \frac{c + v_s}{c + v_s} \quad (13.1)$$

La quale, per qualsiasi valore della velocità  $v_s$  della sorgente ci dà:  $v_l = c$ . Questo equivale ad affermare che la velocità della luce è la stessa in ogni sistema di riferimento in moto rettilineo uniforme, indipendentemente dalla velocità di quest'ultimo.

Considerando il procedimento completo che è stato utilizzato per giungere a questa dimostrazione, possiamo affermare che:

**La costanza della velocità della luce per qualunque velocità relativa fra sorgente emittente e ricettore è dimostrabile per via puramente teorica, vale a dire, anche senza l'utilizzo degli esperimenti ma a conferma di questi ultimi.**

L'utilizzo del teorema della composizione delle velocità, ci pone in grado di dimostrare la costanza della velocità della luce indipendentemente dalla scelta del sistema di riferimento inerziale. Visto sotto quest'aspetto l'enunciato della costanza della velocità della luce non è più un postulato, bensì un principio dimostrabile per mezzo delle leggi della fisica.