

## 7 Das relativistische E-p-m Dreieck

Das relativistische E-p-m Dreieck veranschaulicht auf sehr übersichtliche Weise die Beziehungen, die zwischen Energie, Impuls und Masse der Körper bei hohen Geschwindigkeiten bestehen.

In den vorhergehenden Abschnitten haben wir gesehen, dass in vielen Formeln der Kehrwert  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  des sogenannten Lorentzfaktors vorkommt.

Dieser Term erinnert an den Lehrsatz des Pythagoras. Nach diesem gilt: Wenn in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenuse gleich 1 und eine Kathete gleich  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  ist, dann ist die zweite Kathete gleich  $v/c$ , so wie es in Abbildung 7 gezeigt wird.

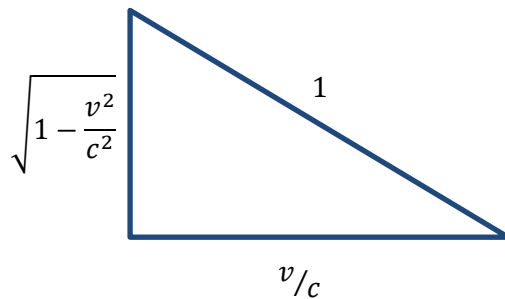


Abb. 7

Wenn nun alle Seiten des Dreiecks mit der gesamten Energie  $mc^2$  eines Körpers multipliziert werden, erhält man unter Berücksichtigung der Relation (5.4) folgende Ergebnisse:

I. Kathete =  $mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} = m_0 c^2$

II. Kathete =  $mv c$

Hypotenuse =  $mc^2$

So ergibt sich das sogenannte relativistische E-p-m Dreieck, das in Abbildung 8 gezeigt wird:

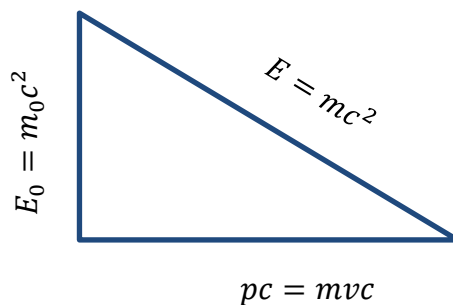


Abb. 8

Wenn der Lehrsatz des Pythagoras auf das Dreieck in Abbildung 8 angewandt wird, dann lassen sich für die gesamte Energie  $E$  und den Impuls  $p$  folgende Beziehungen ableiten:

$$E = mc^2 = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} \quad (7.1)$$

$$p = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - m_0^2c^2} \quad (7.2)$$

Durch die Relation (7.1) wird ersichtlich, dass, wenn der Impuls gleich Null ist, sich die gesamte Energie auf den Wert  $m_0c^2$  reduziert. Dieser Wert entspricht der inneren Energie einer Punktmasse  $m_0$ .

Die Gleichung (7.2) zeigt, dass es physikalische Objekte mit der invarianten Masse  $m_0$  gleich Null geben kann.

In diesem Fall erhält der Impuls den Wert:  $p = E / c$ , gültig für Lichtquanten.

Die Gleichung (7.2) zeigt aber auch, dass es keine physikalischen Objekte mit Energie gleich Null geben kann, andernfalls bekäme der Impuls einen imaginären, d.h. nicht zulässigen Wert.

Aus dem relativistischen E-p-m Dreieck lässt sich auch noch eine weitere Erkenntnis gewinnen:

Wenn die invariante Masse  $m_0$  eines Teilchens gleich Null ist, dann folgt als Konsequenz, dass die senkrechte Kathete gleich Null ist und die waagerechte Kathete des Dreiecks der Hypotenuse gleich wird.

Daraus folgt:

$$mvc = mc^2 \quad \Rightarrow \quad v = c$$

**Das bedeutet, dass sich masselose physikalische Objekte zwangsläufig mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.**

Beispiele von Elementarteilchen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, sind die Austauschteilchen der elektromagnetischen und der gravitativen Wechselwirkung. Das heißt: die Photonen und die Gravitonen. Im Rahmen der quantenchromodynamischen Theorie wird angenommen, dass sich die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung, Gluonen genannt, ebenfalls mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegen.

Die Ergebnisse der vorhergehenden Abschnitte können durch die geometrische Darstellung des sogenannten relativistischen E-p-m Dreiecks zusammengefasst werden. Dieses Dreieck veranschaulicht auf sehr übersichtliche Weise die Beziehungen, die zwischen Energie, Impuls und Masse bestehen.