2 Das Gesetz Newtons - Eine Analyse

Bevor mit der Durchführung der ersten alternativen Herleitung begonnen wird, lohnt es sich das Gesetz Newtons etwas genauer zu analysieren.

Wie im vorangegangenen Kapitel dargelegt wurde, spricht Newton von „*Mutationem motus*" und er hat dabei die richtige Intuition gehabt. Er hat sein Gesetz in folgender kompakter Form der Menschheit vererbt:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \qquad (1.3)$$

Oder:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \qquad (2.1)$$

Man sieht, dass der Kraftvektor aus zwei Termen besteht.

In der ersten Komponente kommt der Differentialquotient der Geschwindigkeit vor, die wir als veränderlichen Vektor kennen und dagegen wird erstmal nichts weiter eingewendet.

In der zweiten Komponente kommt der Differentialquotient der Masse vor, und das ist bemerkenswert, denn in dieser Form lässt das Gesetz die hypothetische Annahme einer veränderlichen Masse zu.

So ausgelegt, ist das Gesetz Newtons seiner Zeit weit voraus gewesen, denn zu Newtons Zeit waren Naturerscheinungen, bei denen eine Veränderung der Masse vorkommt, nicht bekannt.

In ihrer Bahn um die Sonne erreicht die Erde eine Geschwindigkeit von rund 30 km/s. Damit ergibt sich ein Verhältnis Erd- / Lichtgeschwindigkeit $\beta = 0.0001$. Etwas größer ist mit $\beta = 0.00016$ die Aberrationskonstante des Planeten Merkur. Und diese dürfte auch die höchste Geschwindigkeit gewesen sein, die Newton bekannt war, wenn überhaupt.

Bei diesen Geschwindigkeiten wissen wir heute, dass sich eine Massenveränderung, wegen der kinetischen Abhängigkeit der Trägheit, nicht bemerkbar macht.

Newton war also nicht in der Lage eine mögliche Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit experimentell zu verifizieren, geschweige denn diese Abhängigkeit analytisch festlegen zu können.

Nach Gl. (2.1) hatte er zwar die zwei Terme ($m\frac{d\vec{v}}{dt}$ und $\vec{v}\frac{dm}{dt}$) zur Verfügung, mit denen er seine Mechanik hätte erkunden können, entsprechend dem Kenntnisstand seiner Zeit, hat er aber nur den ersten verwendet:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (2.2)$$

Und daraus ist die klassische Mechanik entstanden, die immer ein Grenzfall im Rahmen der Physik gewesen ist und auch heute noch bleibt.

Newton ist also zwangsläufig kein optimaler Anwender des eigenen Gesetzes gewesen. Und auch seine Vorstellung von Raum und Zeit ist aus heutiger Sicht nicht korrekt.

- **So postuliert Newton für die Zeit:** *"Die absolute, wahre und mathematische Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand."*
- **Und für den Raum behauptet er:** *"Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand stets gleich und unbeweglich."*

Da hat Newton nicht Recht gehabt.

Geschwindigkeitsabhängige Trägheit des physikalischen Körpers

Wir wollen nun aber sehen, ob es anders gelaufen wäre, wenn man schon zu Newtons Zeit aus Experimenten hätte schließen können, dass die Trägheit eines Körpers geschwindigkeitsabhängig ist. Zu diesem Zweck wird Relation (2.1) für eine detailliertere Untersuchung in Energieform verwendet.

Wir führen das Skalarprodukt des Kraftvektors $\vec{F}$ mit einer infinitesimalen Wegstrecke $d\vec{s}$ ein**,** die in die Wirkungsrichtung der Kraft verläuft. Es wird dann eine infinitesimale Arbeit geleistet und somit eine infinitesimale Energie übertragen:

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = Fds = dE$$

Aus (2.1) erhalten wir dann:

$$dE(v, m) = m\frac{ds}{dt}dv + v\frac{ds}{dt}dm$$

Oder:

$$dE(v, m) = mvdv + v^2dm \qquad (2.3)$$

In (2.3) sind die zwei jetzt umgestalteten Terme immer noch eindeutig zu erkennen:

- Der eine, $mvdv$, beschreibt die Geschwindigkeitsänderung,
- der andere, v^2dm, die Massenänderung.

Konsequenterweise hängt die infinitesimale Energie dE der linearen Bewegung im Allgemeinen sowohl von der Geschwindigkeitsänderung als auch von der Massenänderung ab.

Fallbetrachtungen für die Geschwindigkeit

Nun sollte die Differentialgleichung (2.3) integriert werden. Dazu ist die Relation erforderlich, welche die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit beschreibt. Diese Relation war aber zu Newtons Zeiten nicht bekannt.

Heute stehen den Physikern Teilchenbeschleuniger zur Verfügung, mit denen Experimente bei verschiedenen Geschwindigkeiten durchgeführt werden können.

Fall $v \ll c$: Die Experimente zeigen, dass bei niedrigen Geschwindigkeiten die Masse der Teilchen so gut wie konstant bleibt ($dm/dt \approx 0$). In diesen Fällen wirkt die infinitesimale Energie dE, die dem Körper zugeführt wird, nur auf den ersten Term von Gleichung (2.3), und daher kann diese Relation wie folgt vereinfacht werden:

$$\boldsymbol{dE(v) = mvdv + \cancel{v^2dm}} \qquad (2.4)$$

Die Differentialgleichung (2.4) kann man leicht integrieren, um daraus die Relation der kinetischen Energie abzuleiten:

$$\boldsymbol{E = \frac{1}{2}mv^2}$$

Und so lässt sich auch weiter die klassische Mechanik darauf aufbauen.

Fall $\boldsymbol{v \to c}$: Bei sehr hohen Geschwindigkeiten nahe $\boldsymbol{c}$ ergibt sich aber etwas ganz anderes. Die Experimente zeigen, dass sich die Teilchen nahe dieser Geschwindigkeit kaum noch beschleunigen lassen. Ihre Masse scheint also zu wachsen, während ihre Geschwindigkeit bei Werten dicht unter $\boldsymbol{c}$ so gut wie konstant bleibt. Daraus folgt: $\boldsymbol{dv/dt \approx 0}$ schon bei nicht übermäßig großen Werten der Masse. Somit wird der Term $\boldsymbol{mvdv}$ vernachlässigbar klein gegen $\boldsymbol{v^2dm}$. Bei sehr hohen Geschwindigkeiten nahe $\boldsymbol{c}$, wird aus (2.3) also (2.5):

$$\boldsymbol{dE(m) = \cancel{mvdv} + v^2dm} \qquad (2.5)$$

Das zeigt, dass sich in diesem Fall die Erhöhung der Energie praktisch nur auf den zweiten Term der Relation (2.3) auswirkt. Dies bewirkt eine Zunahme der Masse des Systems bei beinahe konstanter Geschwindigkeit. Aus (2.5) für $\boldsymbol{v \to c}$ lässt sich dann folgende Gleichung ableiten …:

$$\boldsymbol{dE = c^2dm} \qquad (2.6)$$

… welche, in infinitesimaler Form, dem Prinzip der Äquivalenz zwischen Energie und Masse $\boldsymbol{\Delta E = \Delta mc^2}$ entspricht. Das gilt allerdings nur für $\boldsymbol{v \approx c}$ in diesem Beispiel und ist kein allgemeiner Beweis des Äquivalenzprinzips.

<u>*Und was kann man daraus schließen?*</u>

Aus den experimentellen Ergebnissen und aus dem ersten Term des Newtonschen Gesetzes ergibt sich eine korrekte Beschreibung der Naturerscheinungen bei niedrigen Geschwindigkeiten, so wie es im Rahmen der klassischen Mechanik immer noch der Fall ist.

Die Experimente zeigen aber auch, dass bei hohen Geschwindigkeiten die Trägheit der Körper nicht konstant bleibt, mit den folgenden Konsequenzen:

- Die Masse darf nicht als Konstante betrachtet werden.
- Es gibt eine Obergrenze für die Geschwindigkeit.
- Die Galilei-Transformation ist für hohe Geschwindigkeiten unbrauchbar.
- Das zweite Gesetz der Dynamik muss mit den beiden Termen verwendet werden, die aus seiner Differenzierung resultieren, damit es auch für beliebige Geschwindigkeiten allgemein gültig bleibt.

Mit dieser letzten Erkenntnis können wir uns die Frage stellen:

Wenn sich aus dem ersten Term der Relation (2.1) *allein* die klassische Mechanik ableiten lässt, was kann dann durch die Verwendung *beider* Terme erreicht werden?

Und diese Frage hätte sich bestimmt auch Newton gestellt, wenn ihm die Ergebnisse aus Experimenten bei hohen Geschwindigkeiten zur Verfügung gestanden hätten.

Eine konkrete Antwort auf diese Frage kann als die Hauptaufgabe der vorliegenden Arbeit betrachtet werden.

Rückblick in die Vergangenheit:

Newton standen damals keine experimentellen Ergebnisse bei hohen Geschwindigkeiten zur Verfügung, deswegen ging er davon aus, dass die Masse bei jeder beliebigen Geschwindigkeit konstant bleibt.

Konsequenterweise verwendete er nur einen Term. Die Physiker, seine Nachfolger, erbten von ihm beide Terme, verwendeten aber nur einen einzigen, auch nachdem ihnen die Ergebnisse von Experimenten bei hohen Geschwindigkeiten zur Verfügung standen. Und so herrschte und herrscht auch weiterhin die Überzeugung, dass das Gesetz Newtons nur bei niedrigen Geschwindigkeiten und unveränderlicher Masse anwendbar sei. Bis zum heutigen Tag hat sich diese Einstellung zur Newtonschen Mechanik nicht geändert. Die Wikipedia ist ein zuverlässiger Meinungsindikator im Rahmen der Wissenschaft. In der englischen Version des Artikels über die Gesetze der Dynamik Newtons wird behauptet, dass die Relation des zweiten Prinzips der Dynamik $\boldsymbol{\vec{F} = d(m\vec{v})/dt}$ nur für konstante Masse gilt:

"[...] Since Newton's second law is valid only for constant-mass systems, m can be taken outside the differentiation operator by the constant factor rule in differentiation. [...]" (Stand Nov. 2018).

Andere Physiker sind hingegen der Meinung, dass das Zweite Newtonsche Gesetz zwar nur für konstante Masse konzipiert worden sei, dass es sich aber durch einen „*relativistischen Eingriff*" korrigieren ließe. Zum Beispiel, Richard Feynman schreibt zu Newtons zweitem Prinzip der Dynamik in seinem Werk „Lectures on Physics" (Kapitel 15):

> „*For over 200 years the equations of motion enunciated by Newton were believed to describe nature correctly, and the first time that an error in these laws was discovered, the way to correct it was also discovered. Both the error and its correction were discovered by Einstein in 1905.*
> *Newton's Second Law, which we have expressed by the equation*
> $$F = d(mv)/dt,$$
> *was stated with the tacit assumption that m is a constant, but we now know that this is not true, and that the mass of a body increases with velocity. In Einstein's corrected formula m has the value*
> $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
> *where the rest mass m_0 represents the mass of a body that is not moving and c is the speed of light [...]".*

In der Tat, wenn in Gleichung $\boldsymbol{F = d(mv)/dt}$ die Masse $\boldsymbol{m}$ durch die Formel $\boldsymbol{m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ der relativistischen geschwindigkeitsabhängigen Masse ersetzt und differenziert wird, ergibt sich der Ausdruck der relativistischen Beschleunigung (siehe A II im Anhang).

Somit ist erstmal die Meinung derjenigen widerlegt, die behaupten, dass das Gesetz Newtons nur für unveränderliche Masse anwendbar sei.

Das ist aber noch nicht alles. Es wird im Laufe dieser Arbeit gezeigt, dass das zweite Prinzip der Dynamik, auch ohne den hier oben erwähnten *„relativistischen Eingriff“*, allgemein korrekt bleibt. Denn durch Newtons Gesetz lässt sich die geschwindigkeitsabhängige Formel $\boldsymbol{m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ für die Masse auch ohne relativistische Annahmen herleiten (siehe Kapitel 5).

Aber kommen wir nun auf Differentialgleichung (2.3) zurück.

Wir haben die zwei Grenzfälle analysiert, bei denen jeweils nur einer der zwei Terme von (2.3) genügt, um die physikalischen Ereignisse ausreichend genau zu beschreiben. Das sind die Fälle: $\boldsymbol{v << c}$ und $\boldsymbol{v \to c}$.

Was ist aber, wenn die Geschwindigkeit zwischen diesen zwei Grenzwerten liegt, z.B. etwa in der Mitte?

Dann müssen beide Terme der Relation (2.3) verwendet werden, und damit wird die Mechanik auch von beiden beschrieben. Es werden dann sowohl Geschwindigkeits- als auch Massenänderungen in einer Formel berücksichtigt, und wir werden sehen, dass das Gesetz Newtons gültig bleibt.

Dies ist das wesentliche Ergebnis, welches ich dem Leser mit dieser Studie zeigen möchte.

Definitionen

Damit keine Missverständnisse im weiteren Verlauf dieser Arbeit entstehen, werden wir folgende Bezeichnungen für die Physik-Teilgebiete und ihre Ergebnisse verwenden:

- Als *„Klassische Mechanik“* wird der Teil der Mechanik bezeichnet, der nur mit dem ersten Term der Relation (2.3) auskommt.
- Als *Newtonsche Mechanik* wird der Teil der Mechanik bezeichnet, der beide Terme der Relation (2.3) verwendet. Wir werden sehen, dass, aus ihr startend, sich die Formeln der Speziellen Relativitätstheorie alternativ herleiten lassen.
- Als *klassische Physik* werden die Teilgebiete der Physik bezeichnet, die ohne die Konzepte der Quantenmechanik und ohne eine direkte oder indirekte Verwendung der Lorentz-Transformationen auskommen.
- Als *relativistische Herleitungen* werden die Beweisführungen von Formeln bezeichnet, welche direkt oder indirekt die Lorentz-Transformationen verwenden.

- Als *nicht-relativistische* oder *alternative Herleitungen* werden die Beweisführungen bezeichnet, die ohne eine direkte oder indirekte Verwendung der Lorentz-Transformationen auskommen.
- Als Ergebnisse der *klassischen Physik* werden alle Formeln und Verfahren bezeichnet, die sich für erheblich niedrigere Geschwindigkeiten als die des Lichts theoretisch beweisen und/oder für $v \ll c$ experimentell verifizieren lassen. **Dazu gehören auch die Formeln der Energie, des Impulses und des Dopplereffekts der elektromagnetischen Strahlung bei niedrigen Geschwindigkeiten.**

Auf diese Ergebnisse (und nur auf sie) wird in dieser Arbeit zurückgegriffen, um die Formeln der Speziellen Relativitätstheorie alternativ herzuleiten.