

4 Die Äquivalenz von Energie und Masse

Die Herleitungen des vorhergehenden Kapitels beschreiben einen wichtigen Aspekt der Umwandlung von Masse in Energie. Sie stellen trotzdem keinen vollständigen Beweis des Äquivalenzprinzips von Energie und Masse dar.

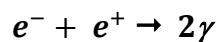
In der Tat, die Art und Weise wie die Relation (3.7) erhalten wurde, beweist zwar, dass sich bei der elektromagnetischen Emission ein Massenanteil eines Körpers in Energie umwandeln kann. Die Gleichung (3.7) beweist aber weder, dass die gesamte Masse eines Körpers sich in Energie umwandeln kann, noch dass eine Umwandlung in andere Energieformen als die elektromagnetische möglich ist.

Die Relation (3.7) bestätigt deshalb nicht die Äquivalenz von Energie und Masse im Allgemeinen.

Ziel dieses Abschnitts ist es, diese Lücke zu füllen, indem die experimentelle Beobachtung der „Elektron-Positron-Annihilation“ in Betracht gezogen wird.

Diese Naturerscheinung kann in besonderen Teilchenbeschleunigern, Speicherringe genannt, reproduziert werden.

Es handelt sich um die Reaktion, die durch den Zusammenstoß des Elektrons mit dem Positron, seinem Antiteilchen gleicher Masse und entgegengesetzter Ladung, auftreten kann:



Infolge der Kollision kann sich für eine sehr kurze Zeit ein instabiles Teilchen bilden.

Durch den Zerfall dieses Teilchens können dann zwei Photonen erzeugt werden, die in entgegengesetzte Richtungen ausgestrahlt werden.

Abbildung 4 veranschaulicht die drei Phasen des gerade beschriebenen physikalischen Vorgangs:

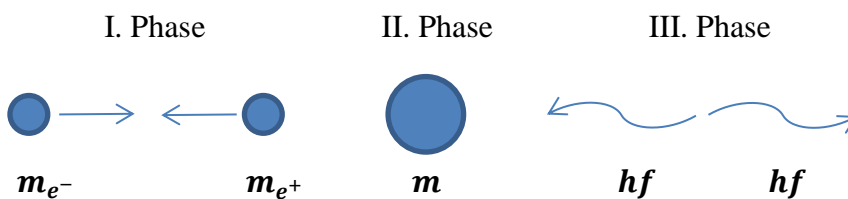


Abb. 4 ([siehe die Animation](#))

Dieses Phänomen ist dem im dritten Kapitel beschriebenen Gedanken-experiment ähnlich. Der wesentliche Unterschied besteht jedoch darin, dass in diesem Fall nicht nur ein Teil, sondern sich die ganze Masse eines Teilchens in Energie umwandelt.

Wir nehmen jetzt einen Beobachter an, der sich relativ zu dem durch den Zusammenstoß von Elektron und Positron gebildeten Teilchen mit der Geschwindigkeit $v \ll c$ bewegt.

Wir nehmen außerdem an, dass die Bewegungsrichtung des Beobachters dieselbe, wie die eines der beiden Photonen ist.

Durch die Anwendung des Impulserhaltungssatzes vor und nach der Annihilation (Phasen II und III) lässt sich dann aus der Sicht des Beobachters, unter Berücksichtigung des optischen Dopplereffekts, folgende Gleichung aufstellen:

$$mv = \frac{hf}{c} \left(1 + \frac{v}{c}\right) - \frac{hf}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

die sich wie folgt vereinfachen lässt:

$$mv = 2 \frac{hf v}{c^2}$$

Da $2hf$ der ausgestrahlten Energie E gleich ist, erhalten wir:

$$m = \frac{E}{c^2} \quad \Leftrightarrow \quad E = mc^2 \quad (4.1)$$

Dabei ist zu bemerken, dass m jetzt in der Relation (4.1), anders als Δm in (3.7), nicht nur ein Massenanteil ist, sondern die gesamte Masse eines Teilchens darstellt, die sich ganz in Energie umgewandelt hat.

Daraus lässt sich schlussfolgern, dass jeder Körper eine *innere Energie* besitzt, die durch die Relation (4.1) ausgedrückt werden kann.

Diese Erkenntnis gibt uns die Möglichkeit, folgende Energiebilanz der drei Phasen des soeben beschriebenen Experiments aufzustellen:

Wenn m_e die Masse des Elektrons darstellt, dann gilt nach (4.1) für seine innere Energie: $E_e = m_e c^2$.

- Für die erste Phase vor dem Zusammenstoß ergibt sich für das aus dem Elektron-Positron-Paar bestehende System eine Gesamtenergie gleich $2m_e c^2 + 2E_k$, wobei E_k die kinetische Energie eines einzelnen Elektrons darstellt.
- Wegen des Energieerhaltungssatzes, wird sich die gesamte Energie der ersten Phase in die innere Energie mc^2 des durch den Zusammenstoß gebildeten instabilen Teilchens umwandeln (Phase II).
- Nach der Kollision geht diese Energie schließlich in die elektromagnetische Energie der zwei emittierten Photonen über (Phase III).

Für die gesamte Energie des Systems in den drei beschriebenen Phasen lässt sich damit folgende Beziehung aufstellen:

$$E = 2m_e c^2 + 2E_k = mc^2 = 2hf \quad (4.2)$$

Die Relation (4.2) bestätigt in einem besonders signifikanten Fall Umwandlungen zwischen Masse und kinetischer, als auch elektromagnetischer Energie.

Es ist zu bemerken, dass sowohl $m_e c^2$ als auch mc^2 nur die inneren Energien der Teilchen im Ruhezustand darstellen. Eine Relation der gesamten Energie eines Teilchens in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit ist damit noch nicht hergeleitet worden.

Zusätzlich soll darauf hingewiesen werden, dass zu dem gerade beschriebenen Phänomen der Annihilation auch der entgegengesetzte Vorgang der sogenannten Elektron-Positron-Paarbildung vorkommt. Demzufolge kommt es zur Bildung eines Elektrons und eines Positrons durch den Zerfall eines Photons mit einer Mindestenergie von $1,02 \text{ MeV}$.

Für höhere Energien wird eine Zunahme der kinetischen Energie der erzeugten Teilchen beobachtet. Das bestätigt die allgemeine Möglichkeit der Umwandlung der Energie zu Masse und umgekehrt der Masse zu Energie.

In diesem Abschnitt wurde die experimentelle Beobachtung "Annihilation Elektron-Positron" in Betracht gezogen. Durch diesen physikalischen Vorgang können die Auflösung der betroffenen Teilchen und die anschließende Emission zweier Photonen beobachtet werden. Die Analyse des Phänomens versetzt uns in die Lage, das Äquivalenzprinzip Energie-Masse im allgemeinen Fall nachzuweisen. Unter anderem wird der Übergang der kinetischen Energie in Masse, so wie die komplette Umwandlung der Masse eines Teilchens in Strahlungsenergie untersucht. Diese Ergebnisse ermöglichen es, einem Teilchen im Ruhezustand eine *innere Energie* entsprechend der Gleichung $E = mc^2$ zuzuweisen. Sie liefern jedoch noch nicht die Formel für die gesamte Energie einer Punktmasse in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit.