EINSTEINs Gleichung (83)

$$E = m c^2,$$

die die Proportionalität von Energie und träger Masse feststellt, ist oft das wichtigste Ergebnis der Relativitätstheorie genannt worden. Darum wollen wir noch einen andern einfachen Beweis dafür geben, der von EINSTEIN selbst stammt und keinen Gebrauch vom mathematischen Formalismus der Relativitätstheorie macht.

Dieser stützt sich auf die Tatsache der Existenz des *Strahlungsdruckes*. Daß eine Lichtwelle, die auf einen absorbierenden Körper auftrifft, auf diesen einen Druck ausübt, folgt aus den Maxwellschen Feldgleichungen mit Hilfe eines von POYNTING (1884) zuerst abgeleiteten Satzes; und zwar ergibt sich, daß der Impuls, der von einem kurzen Lichtblitz oder Lichtstoß von der Energie E auf die absorbierende Fläche ausgeübt wird, gleich $\frac{E}{c}$ ist. Wir werden das im nächsten Abschnitt beweisen. Dieses Resultat ist experimentell von LEBEDEW (1890) und später mit größerer Genauigkeit von NICHOLS, HULL und anderen bestätigt worden. Genau denselben Druck erfährt ein Körper, der Licht aussendet, ebenso wie ein Geschütz beim Abschuß einen Rückstoß bekommt.

Wir denken uns nun einen Hohlkörper, etwa ein langes Rohr, und in diesem an den Enden zwei gleich große Körper A, B aus gleichem Material, die also nach den gewöhnlichen Vorstellungen die

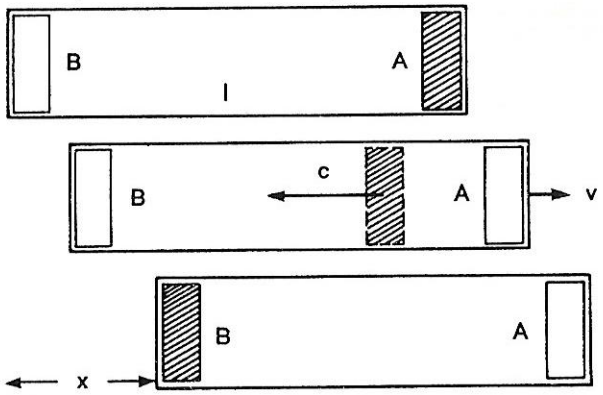

Abb. 130. Ein Rohr mit zwei gleichen Körpern A und B an seinen Enden. A trägt einen Energiebetrag E, der in Form eines Lichtblitzes von A nach B mit der Geschwindigkeit c gesandt wird. Der Rückstoß erzeugt die Geschwindigkeit v für das Rohr. Wenn E von B absorbiert ist, ruht das Rohr wieder, hat aber eine Verschiebung x erlitten. Das mittlere Stadium des Vorganges ist der Einfachheit halber gezeichnet, als ob das Rohr sich starr bewegte. Der wirkliche Vorgang verläuft, wie im Text beschrieben

gleiche Masse haben (Abb. 130). Der Körper A soll aber einen Energieüberschuß E über B haben, etwa in der Form von Wärme, und es soll eine Einrichtung (Hohlspiegel oder dergleichen) vorhanden sein, um

diese Energie E in der Form von Strahlung nach B zu senden. Die räumliche Ausdehnung dieses Lichtblitzes sei klein gegen die Länge l des Rohres.

Dann erfährt A den Rückstoß $\frac{E}{c}$. Wenn er auf das Rohr mit der Masse M als Ganzes übertragen würde, erführe dieses die Geschwindigkeit v, die aus der Impulsgleichung

$$M v = \frac{E}{c}$$

folgt. Nun erfolgt die Übertragung des Impulses an das Rohr als Ganzes nicht momentan, denn wenn das Rohr starr wäre, würden die Kräfte im Rohr mit einer Geschwindigkeit größer als die des Lichtes fortgeleitet. In Wirklichkeit erfolgt die Übertragung des Rückstoßes durch das Rohr von A nach B durch elastische Kräfte, die viel langsamer als das Licht laufen. Deshalb muß man den Vorgang gedanklich in zwei Teile zerlegen: 1. die Emission des Lichtes von A, 2. die Absorption bei B, deren Wirkung auf das Rohr wir unabhängig voneinander zu einem so späten Zeitpunkt betrachten, daß sich nicht nur die elastische Bewegung durch die Stöße über das ganze Rohr ausgebreitet hat, sondern daß alle elastischen Schwingungen im Rohr wieder abgeklungen sind, so daß nur noch die Verschiebungen des Rohres als Ganzes übrig geblieben sind. Um den gesamten Effekt zu erhalten, muß man die beiden Verschiebungen addieren, die durch die beiden Stöße bei A und B erzeugt werden, denn elastische Wellen (kleiner Amplitude) überlagern sich ungestört.

1. Der Rückstoß auf A überträgt eine solche Bewegung auf das Rohr, daß zu einem späten Zeitpunkt t_1, wenn alle Schwingungen verschwunden sind, seine Geschwindigkeit v und seine Verschiebung

$$x_1 = v t_1$$

beträgt.

2. Wenn das Licht in B absorbiert wird, erfährt das Rohr eine Bewegung, von der zum Zeitpunkt t_1 nur noch eine Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung $-v$ übrig geblieben ist. Die dazugehörende Verschiebung beträgt

$$x_2 = -v (t_1 - t),$$

wenn t die Zeit ist, die das Licht zum Durchlaufen der Rohrlänge l von A nach B benötigt. Denn der Stoß bei B erfolgt um die Zeit t später.

Die Summe beider Verschiebungen ist

$$x = x_1 + x_2 = v t,$$

dieselbe, als wenn man das Rohr als starr betrachtet[1].

[1] EINSTEINs erste Ableitung (1905) nahm das Rohr als starr an. Später (1907) hat er selbst das Konzept des starren Körpers in der Relativitätstheorie kritisiert. Unsere Ableitung ist eine vereinfachte Darstellung einer Betrachtung von E. FEENBERG.

Wenn wir hier $v = \frac{E}{M c}$ und $t = \frac{l}{c}$ einsetzen, erhalten wir als Verschiebung des Rohres

$$x = \frac{E l}{M c^2}.$$

Nun kann man die Körper A, B miteinander vertauschen, und zwar ohne Anwendung äußerer Einwirkungen; man stelle sich etwa vor, daß zwei im Rohr befindliche Männer A an die Stelle von B, B an die Stelle von A bringen und dann selbst an ihren ursprünglichen Platz zurückkehren. Nach der gewöhnlichen Mechanik müßte dabei das ganze Rohr keine Verschiebung erfahren; denn dauernde Ortsveränderungen können nur durch äußere Kräfte bewirkt werden.

Ist diese Vertauschung ausgeführt, so wäre im Inneren des Rohres alles wie zu Anfang, die Energie E wieder an derselben Stelle wie vorher, die Massenverteilung genau die gleiche. Aber das ganze Rohr wäre gegen seine Ausgangslage durch den Lichtstoß um die Strecke x verrückt. Das widerspricht natürlich allen Grundsätzen der Mechanik. Man könnte ja den Prozeß wiederholen und dadurch dem System ohne Anwendung äußerer Kräfte eine beliebige Ortsveränderung erteilen. Das ist unmöglich. Der einzige Ausweg ist die Annahme, daß bei der Vertauschung von A und B diese beiden Körper nicht mechanisch gleichwertig sind, sondern daß B infolge seines um E höheren Energiegehaltes eine um m größere Masse als A habe. Dann bleibt bei der Vertauschung nicht alles symmetrisch, sondern es wird die Masse m von rechts nach links um die Strecke l verschoben. Dabei verschiebt sich das ganze Rohr um eine Strecke x in der umgekehrten Richtung; sie bestimmt sich daraus, daß der Vorgang ohne äußere Kraftwirkung vor sich geht. Wenn also t' die Zeit ist, die zum Vertauschen von A und B benötigt wird, so ist der Gesamtimpuls, bestehend aus dem des Rohres $M \frac{x}{t'}$ und dem der transportierten Masse $-m \frac{l}{t'}$, Null:

$$M x - m l = 0;$$

daraus folgt

$$x = \frac{m l}{M}.$$

Diese Verrückung muß nun die durch den Lichtstoß erzeugte gerade aufheben. Also muß

$$x = \frac{m l}{M} = \frac{E l}{M c^2}$$

sein. Hieraus kann man m berechnen und findet

$$m = \frac{E}{c^2}.$$

Das ist der Betrag an träger Masse, den man der Energie E zuschreiben muß, damit der Grundsatz der Mechanik gültig bleibt, daß ohne Wirkung äußerer Kräfte keine Ortsveränderungen eintreten können.

Da schließlich jede Energie auf Umwegen in Strahlung verwandelbar ist, muß der Satz universelle Gültigkeit haben. Damit haben wir eine große Vereinheitlichung im Wissen von der materiellen Welt gewonnen: *Materie im weitesten Sinne des Wortes* (einschließlich des Lichtes und anderer Formen reiner Energie in der Sprache der klassischen Physik) *zeigt zwei grundlegende Qualitäten: Die Trägheit, gemessen durch ihre Masse, und die Fähigkeit, Arbeit zu leisten, gemessen durch ihre Energie.* Wo elektrische und magnetische Felder oder andere Wirkungen zu starken Energieanhäufungen führen, da kommt die Erscheinung der Massenträgheit zustande. Das Elektron und die Atome sind solche Stellen ungeheurer Energiekonzentration.

Wir können von den zahlreichen und wichtigen Folgerungen dieses Satzes nur wenige kurz berühren.

Was zunächst die Masse des Elektrons betrifft, so zeigt die Formel (69), S. 182, für die Ruhmasse $m_0 = \frac{4}{3} \frac{S}{c^2}$, daß die elektrostatische Energie S nicht die gesamte Energie E des ruhenden Elektrons sein kann. Es muß noch ein anderer Energieanteil V vorhanden sein, $E = S + V$, derart, daß

$$m_0 = \frac{4}{3} \frac{S}{c^2} = \frac{E}{c^2} = \frac{S+V}{c^2}$$

wird. Daraus folgt $V = \frac{4}{3} S - S = \frac{1}{3} S = \frac{1}{4} E$. Die gesamte Energie ist also zu drei Vierteln elektrostatisch, zu einem Viertel von anderer Art. Dieser Anteil muß von den Kohäsionskräften herrühren, die das Elektron gegen die elektrostatische Abstoßung zusammenhalten.

Weitere Beispiele entnehmen wir der modernen Forschung. So hat sich ergeben, daß es drei Arten von π-Mesonen gibt (siehe Seite 225). Eine Art ist positiv, die zweite negativ geladen (die Ladung ist so groß wie die des Elektrons) und die dritte ist elektrisch neutral (π^+-, π^-- und π^0-Mesonen). Genaue Bestimmungen der Massen dieser Teilchen zeigen, daß diejenigen von π^+ und π^- gleich und 273mal größer sind als die Elektronenmasse, während die Masse des π^0 nur 264mal so groß wie die des Elektrons ist. Wie im Falle des Elektrons kann man diesen Unterschied in der Masse durch die elektrische Ladung erklären. Die Ladung bewirkt ein elektrisches Feld, das eine gewisse Energie S enthält, die für positive und negative Mesonen gleich ist. Daher müssen die geladenen Teilchen $\pi^\pm$ schwerer sein als π^0, und zwar um den Betrag S/c^2. Die Massendifferenz $m_\pm - m_0 = 9\, m_{el}$ (m_{el} ist die Elektronenmasse) besagt, daß in den geladenen Mesonen viel mehr elektrische